

Chapitre 1
Introduction aux turbomachines et
principes généraux

Une turbomachine est un dispositif dans lequel un transfert d'énergie se produit entre un fluide en écoulement et un élément rotatif en raison d'une action dynamique, et se traduit par une modification de la pression et de la quantité de mouvement du fluide, généralement dans un processus à écoulement permanent. Les turbomachines incluent toute machine qui produit de l'énergie, telle que les turbines, ainsi que celles qui produisent une hauteur de charge ou une pression, comme les pompes centrifuges et les compresseurs. La turbomachine telle que décrite ci-dessus couvre une large gamme de machines, à savoir, les turbines à gaz, les turbines à vapeur, les pompes centrifuges, les compresseurs centrifuges et axiaux, les éoliennes, les moulins à eau, etc. les compresseurs centrifuges et axiaux, les moulins à vent, les roues hydrauliques et les turbines hydrauliques.

1.1. TYPES DE TURBOMACHINES et CLASSIFICATION

Il existe différents types de turbomachines qui peuvent être classées selon différents critères comme suit :

a) Selon le sens d'échange d'énergie :

- (i) Turbomachines dans lesquelles le travail est effectué sur le fluide, comme par exemple les pompes, les soufflantes, les ventilateurs, les compresseurs et les hélices aériennes et marines (Fig. 1-1).
- (ii) Turbomachines dans lesquelles le travail est effectué par le fluide. Parmi elles, on trouve, les turbines à vapeur et à gaz, les turbines hydrauliques, ainsi que les éoliennes (Fig.1-2)

b) Selon le sens de l'écoulement :

Les géométries des turbomachines sont très diverses (de l'éolienne à la Pelton), mais une majorité d'elles peut être répertoriée en 3 catégories (Fig. 1.3)

- Les machines centrifuges (Fig. 1-3(a)) : le fluide sort approximativement dans un plan radial, l'entrée pouvant ne pas être radiale. Machines caractérisées par des débits limités et des taux de pression importants (pouvant atteindre 10 grâce au travail de la force de Coriolis et à l'augmentation de la pression statique, liée à l'action de la force centrifuge).
- Les machines mixtes (Fig. 1-3(b)) : dans lesquelles l'écoulement a des composantes tant axiales que radiales. C'est le cas par exemple des turbines hydrauliques de type Francis (Fig. 1-1).
- Les machines axiales (Fig. 1-3(c)) : le fluide entre et sort avec une vitesse débitante approximativement axiale. Machines caractérisées par des débits importants, mais des taux de pression limités (de l'ordre de 1,4 pour un compresseur transsonique et de 2 pour un compresseur supersonique).

c) Selon le type :

- Turbines : Toutes machines qui produisent de l'énergie par la détente d'un fluide en écoulement continu à une pression ou une hauteur de charge inférieure.
- Pompes : Toutes machines qui augmentent la pression ou la hauteur de charge d'un fluide en écoulement.

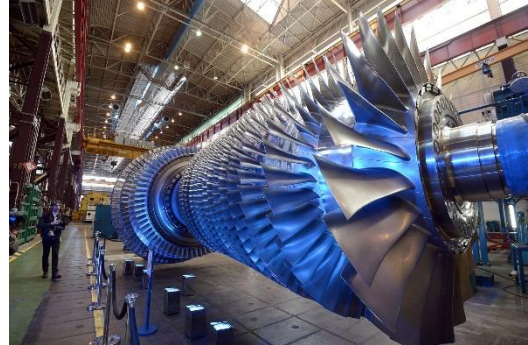
- Ventilateurs : Toutes machines qui ne confèrent qu'une faible augmentation de pression à un gaz circulant en continu ; généralement, le gaz peut être considéré comme incompressible.



Figure 1-1 : Turbomachines réceptrices de travail



Turbine à vapeur (axiale)



Turbine à gaz (axiale)



Turbine hydraulique (PELTON)



Turbine hydraulique (Francis)



Eolienne

Figure 1-2 : Turbomachines productrices de travail

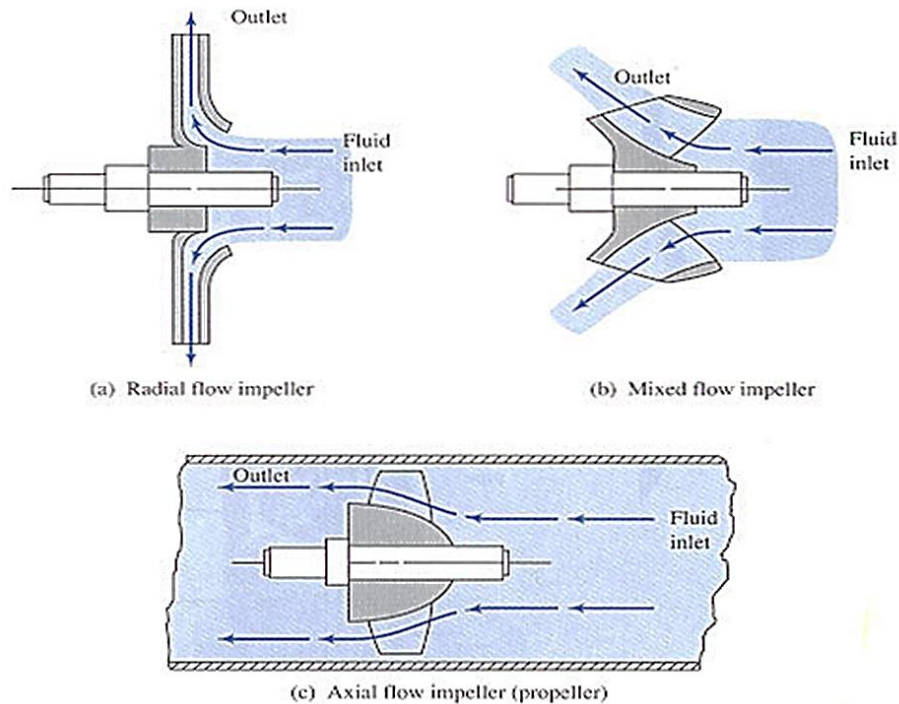


Figure 1-3 : Sens d'écoulement et type de turbomachines. (a)- Radiales, (b) Mixtes et (c) axiales

1.2. NOTION D'ETAGE - ECHANGES D'ENERGIE

Un étage de turbomachine se compose essentiellement d'une volute (enveloppe, casing ou carter) contenant principalement une partie mobile appelée **rotor à aubes** (ou **roue à aubes**, ou encore à **ailette**) et une partie fixe appelée **stator** (ou selon le cas : **redresseur**, **distributeur**, **diffuseur**...) (Fig. 1-4)

• Le rotor :

Rôle : assurer le transfert d'énergie entre l'arbre de la machine et le fluide en mouvement.

- L'écoulement étant dévié au passage de la roue, il existe donc une force exercée par le fluide sur les aubages.

Le point d'application de la force se déplace du fait de la rotation des aubages, il y a donc **travail => échange d'énergie**, à savoir :

- Énergie de pression : une turbomachine échange nécessairement de l'énergie de pression avec le fluide (même si cela ne doit pas être sa fonction principale).
 - Cas compresseur : augmentation de la pression pour compenser les pertes de charge du circuit.
 - Cas turbine : une partie de l'énergie récupérée l'est toujours sous forme de pression.
- Énergie cinétique : une turbomachine échange nécessairement de l'énergie cinétique avec le fluide du fait de la giration de l'écoulement au passage de la roue mobile.

- Énergie calorifique : on supposera dans ce cours qu'il n'y a pas d'énergie calorifique échangée directement entre le fluide et la roue à aubes.

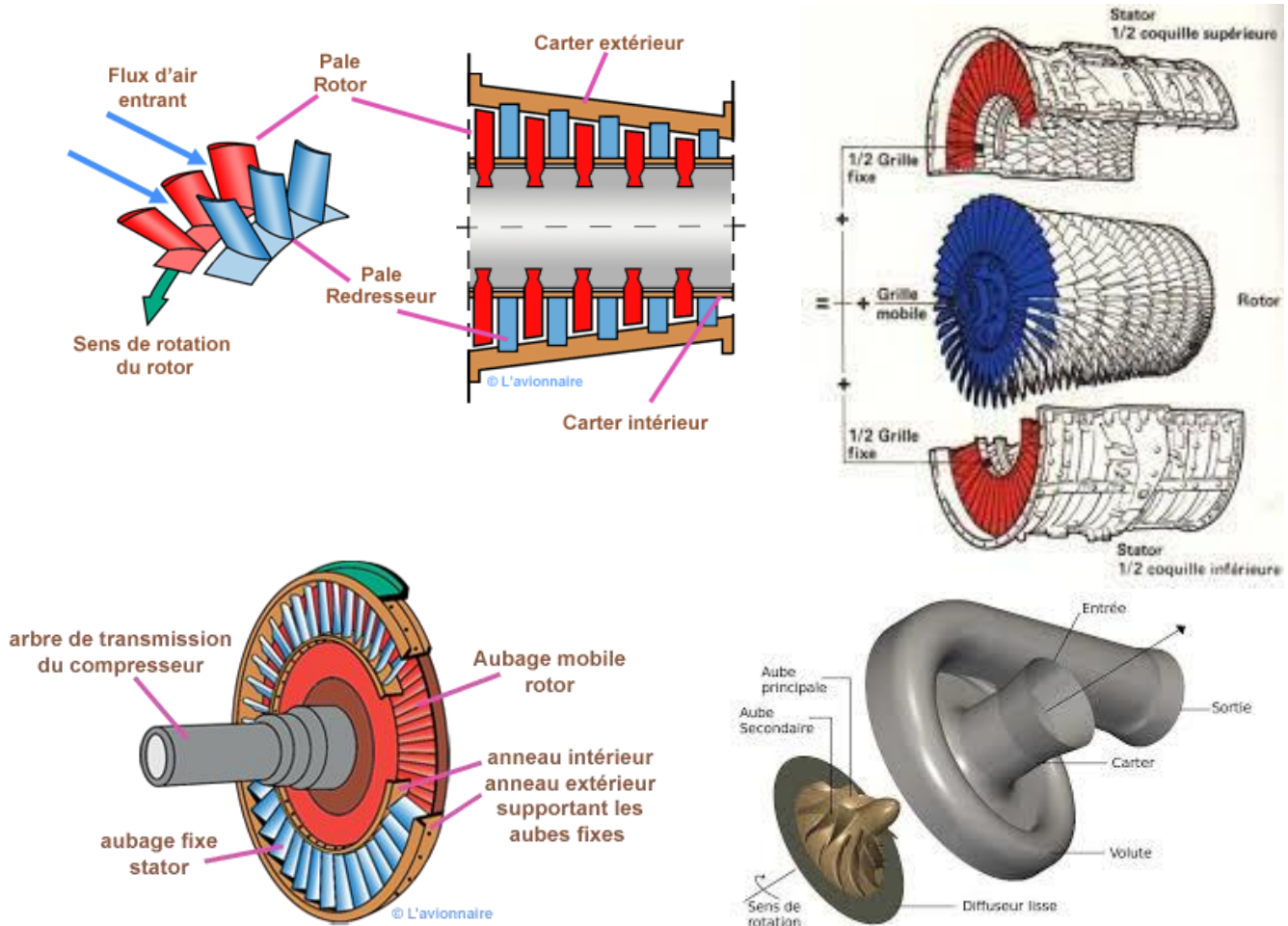


Figure 1-4 : Nomenclature des turbomachines

- Cependant le fluide peut recevoir de la chaleur naissant de la dégradation d'une partie de l'énergie cinétique $\leq$ travail des forces de frottement liées à la nature visqueuse du fluide. Phénomène de dissipation principalement localisé près des parois = transformation de la forme d'énergie et non transfert de l'énergie (« pertes » $\Rightarrow$ rendement).
- Faible surface des parois en rapport avec les grands débits rend les échanges de chaleur avec l'extérieur négligeable $\Rightarrow$ parois considérées comme adiabatiques.
- Énergie potentielle : on admettra qu'elle est négligeable en vue des autres formes d'énergie.

• Le stator :

Rôle : modifier la forme d'énergie (énergie cinétique en pression, ou inversement).

- Il existe comme pour la roue mobile une force exercée par le fluide sur les aubages, liée à la déflexion de l'écoulement.
- Par contre l'aubage étant fixe, il n'y a pas de déplacement du point d'application de la force. Donc pas de travail => pas d'échange d'énergie

- Le stator-Redresseur pour compresseur axial (Fig. 1-5) :

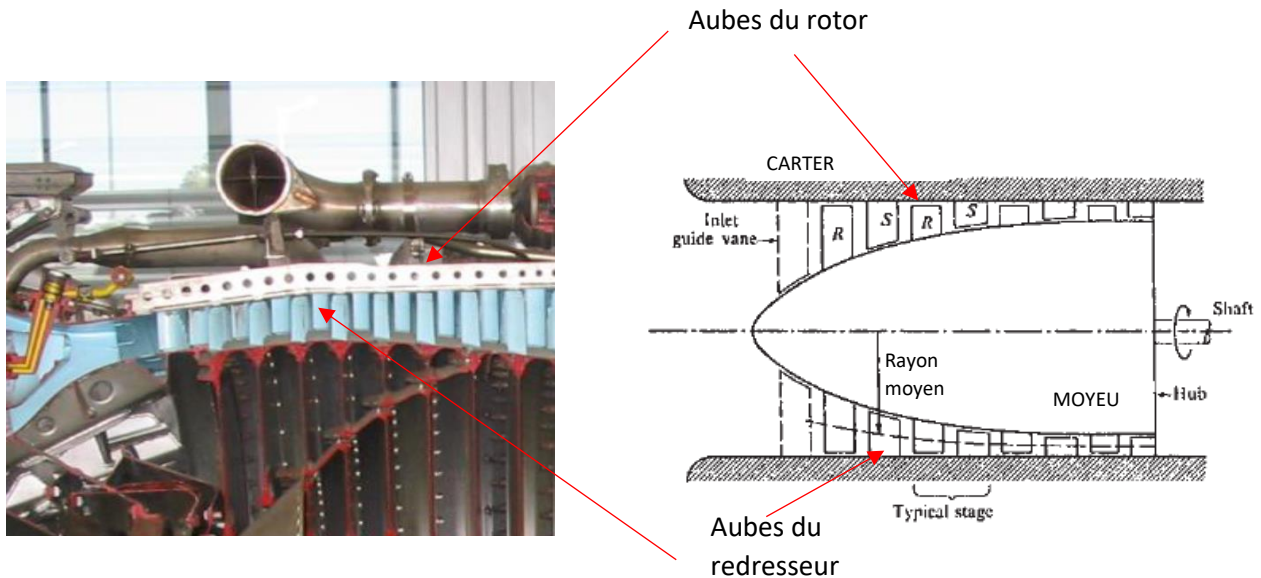


Figure 1-5 : Le redresseur

- Situé en aval de la roue mobile
- Rôle : redresser l'écoulement vers la direction axiale, transformant ainsi l'énergie cinétique de la composante giratoire de vitesse en pression statique. « Orienter » le fluide dans une direction compatible avec le prochain étage.

- Le stator-Distributeur de turbine axiale (Fig. 1-6) :

- Situé en amont de la roue mobile,
- Rôle : provoquer une giration de l'écoulement, transformant ainsi une partie de l'énergie de pression statique disponible sous forme d'énergie cinétique. Cette énergie est ensuite récupérée au niveau de la roue mobile.

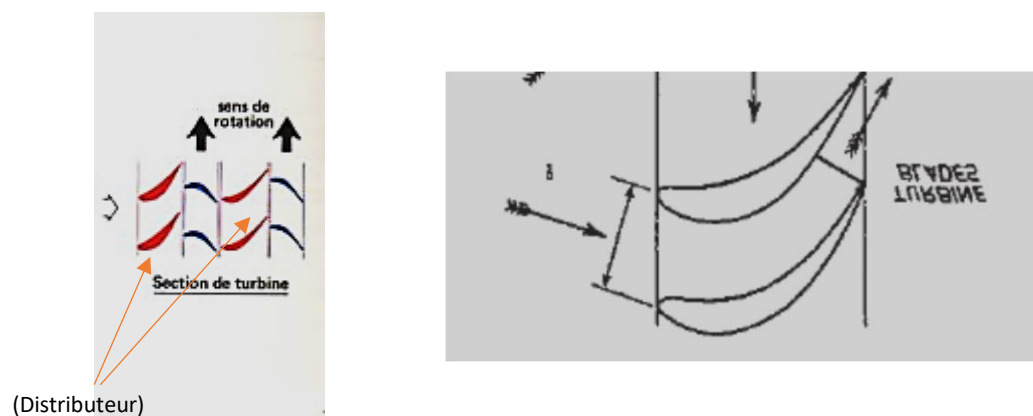


Figure 1-6 : Le distributeur

- Le stator- Diffuseur de compresseur centrifuge (Fig. 1-7) :
 - Récupération de pression statique avec l'augmentation de la section de passage (rayon).

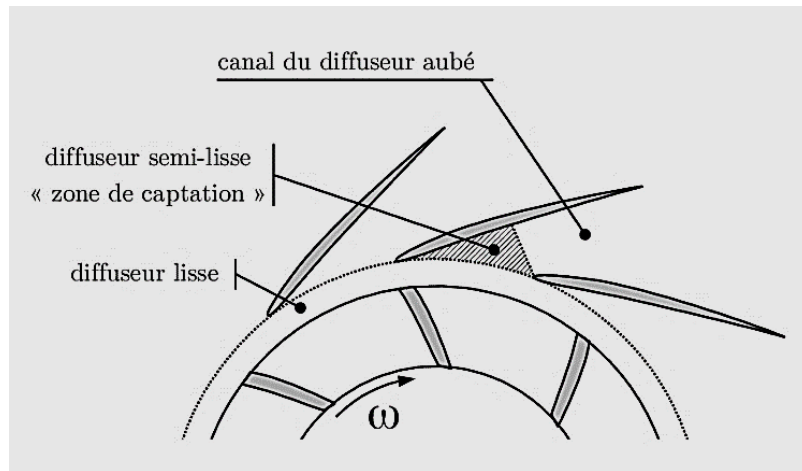


Figure 1-7 : Le Diffuseur.

Exemple d'une nomenclature d'un turbocompresseur :

1. Boîtier du compresseur (volute, enveloppe, casing)
2. Écrou de blocage de la roue du compresseur
3. Roue de compresseur (rotor, roue à aubes, à ailette)
4. Joint d'étanchéité
5. garniture d'étanchéité d'huile
6. Roulement à billes
7. Palier lisse
8. Alimentation huile
9. Arbre
10. palier lisse
11. Roue de turbine
12. Collier de poussée
13. Anneaux de retenue
14. boîtier central tournant assemblée
15. Anneaux de retenue
16. Joint d'étanchéité
17. Boîtier d'échappement

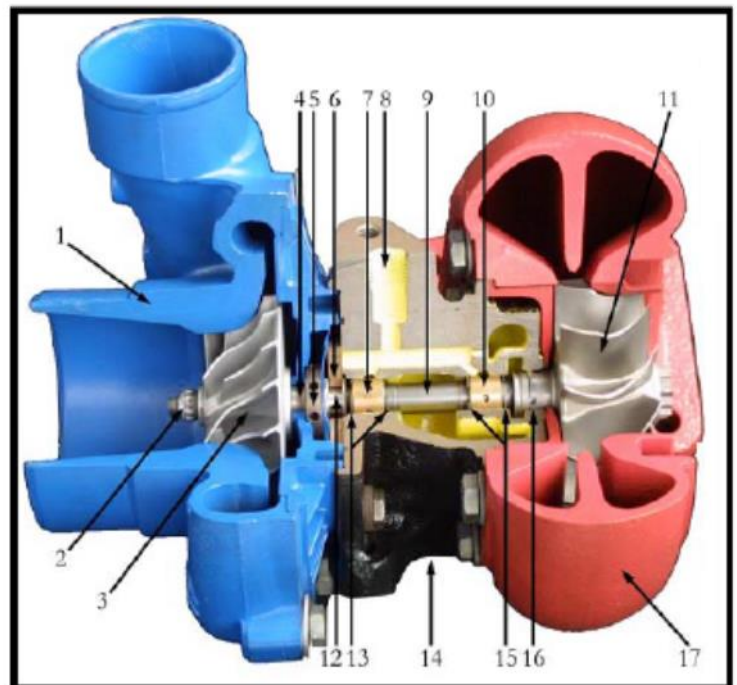


Figure 1-8 : Vue en coupe d'un turbocompresseur.

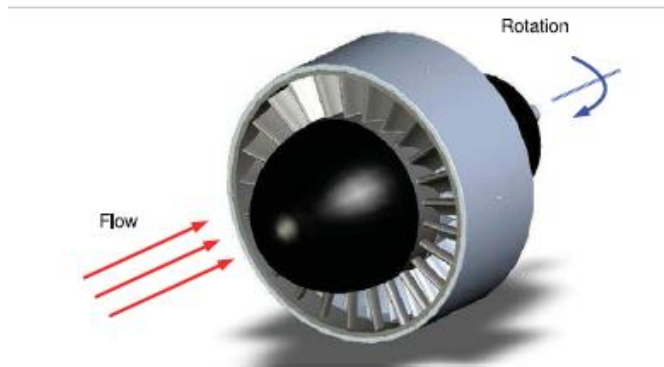


Figure 1.2: A Simple Turbine

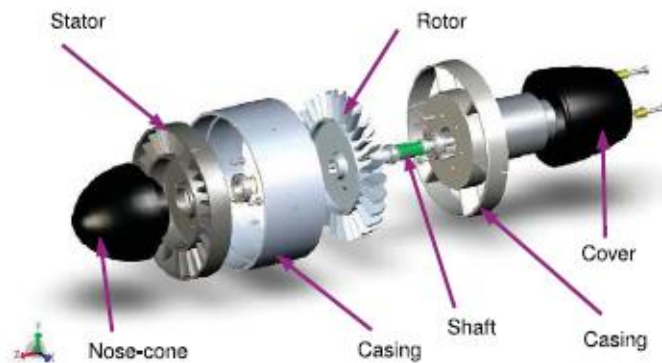


Figure 1-9 : Vue éclatée d'une turbine mono étagé.

1.3. VUES ET SURFACES D'ANALYSE

Pour comprendre et concevoir des compresseurs et des turbines, il est nécessaire de simplifier la représentation de l'écoulement sans perdre les fonctionnalités physiques principales. C'est à cet effet que deux types de vues sont les plus couramment utilisés :

- La vue méridienne
- La vue aube à aube ou en CASCADE

A/ 1a vue MÉRIDIENNE (Circonférentielle)

Turbomachine axiale : La définition de la vue méridionale est mieux illustrée par le schéma de la Fig. 1-10, qui représente un étage de turbines axiales.

Turbomachine radiale (centrifuge) : Dans le cas d'un compresseur centrifuge, la vue méridionale est un peu plus complexe, Fig. 1-11.

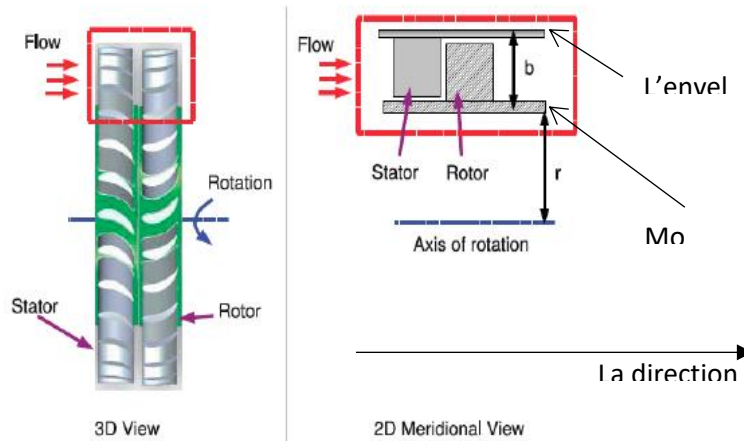


Figure 1-10 : Vue méridienne d'une turbine axiale.

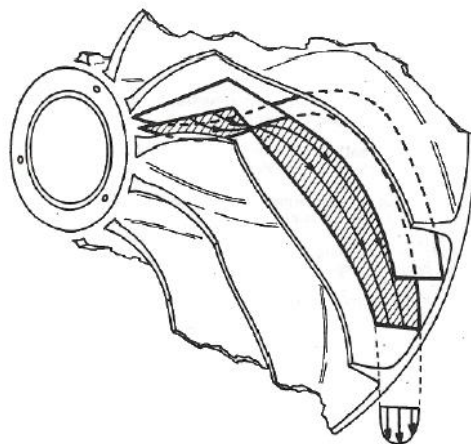


Figure 1-11 : Vue méridienne d'un compresseur centrifuge.

B/ La vue en CASCADE

Turbomachine axiale : La vue en **cascade** ou **Aube-à-Aube** est très important car elle comprend toutes les informations nécessaires liées à l'échange de travail dans la machine.

La notion de la vue de la cascade est mieux assimilée par le schéma de la fig. 1-12, qui représente un étage de turbines axiales

Turbomachine radiale (centrifuge) : C'est un peu plus complexe que la vue en cascade d'une turbine axiale, comme illustrée dans la Fig. 1-13

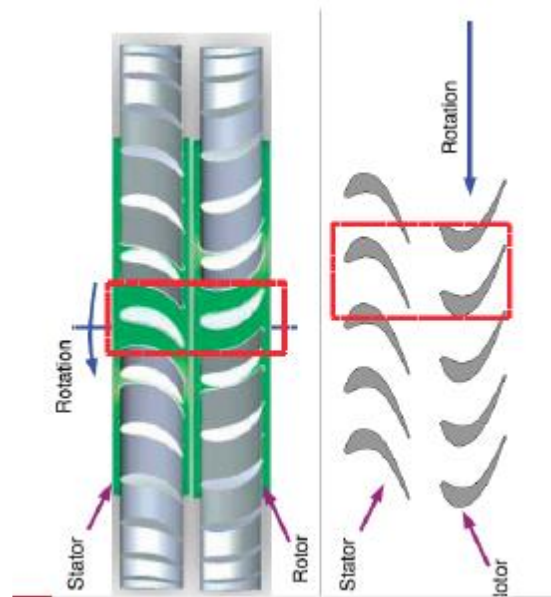


Figure 1-12 : Vue en cascade d'une turbine axiale.

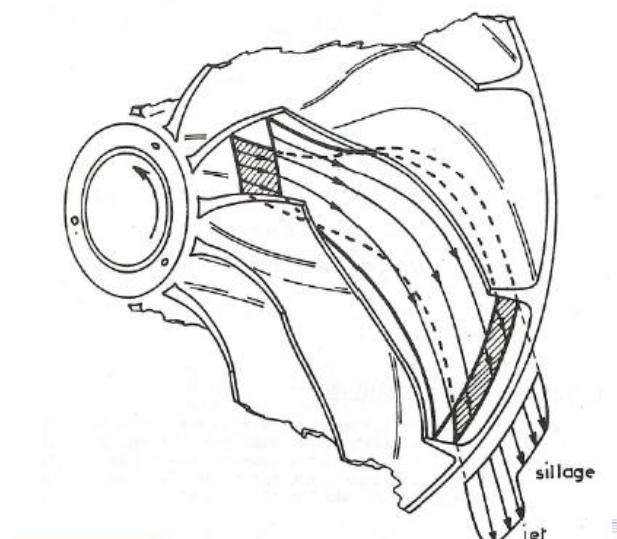


Figure 1-13 : Vue en cascade d'un compresseur centrifuge.

1.4. SYSTEME DE COORDONNEES

Les turbomachines sont constituées d'aubes rotatives et fixes disposées autour d'un axe commun, ce qui signifie qu'elles ont tendance à avoir des courbures de forme cylindrique. La figure ci-dessous schématise un étage d'une turbomachine d'une façon générale ou on peut voir les aubes du rotor fixées au moyeu d'entraînement où elles sont entraînées en rotation autour de l'axe Ox . Alors que les aubes du stator sont fixées au Carter (ou casing) de la turbomachine qui est figé et ne possède aucune mobilité.

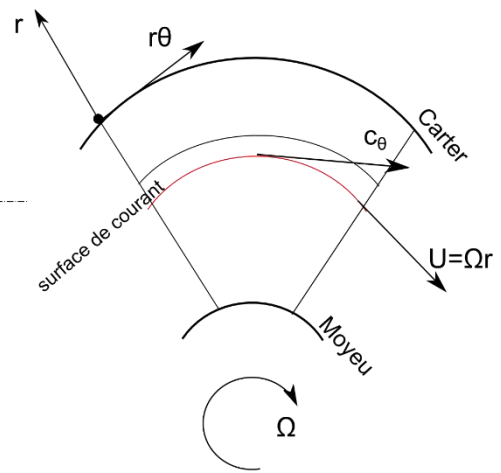
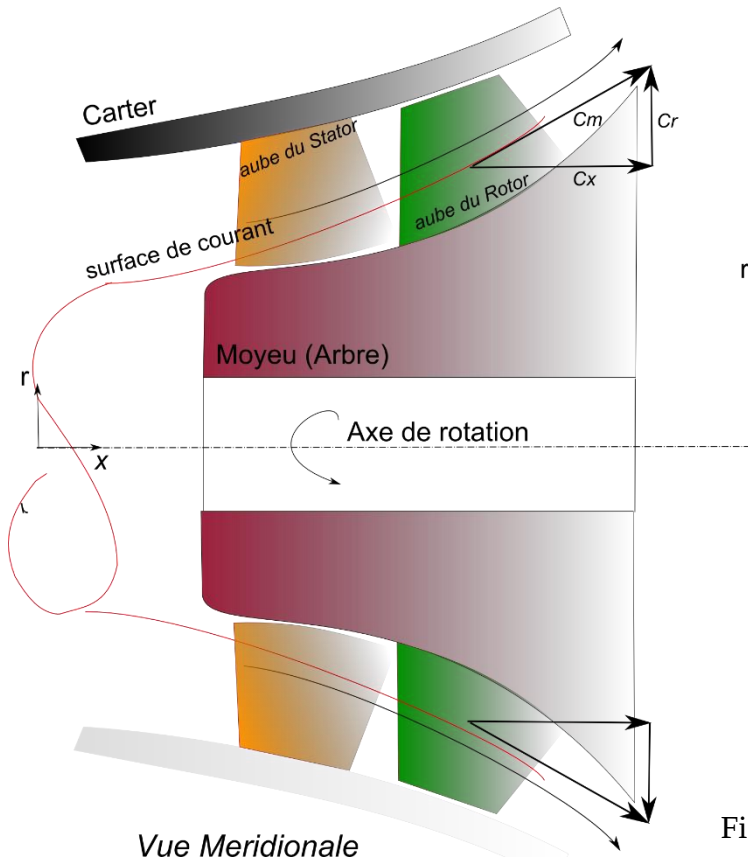


Figure 1-14 : Schématisation d'un étage de turbomachine.

La forme en rouge représente la "surface de courant" délimitant un tube de courant, constituée à son tour de lignes de courants. Par définition, la vitesse instantanée d'une particule fluide $\vec{C}$ est tangente à la surface de courant, comme représenté sur la Fig. 1-14.

Il est naturel d'utiliser un système de coordonnées cylindriques aligné avec l'axe de rotation pour la description et l'analyse des turbomachines. Ce système de coordonnées est représenté dans la Figure 1-15. Les trois directions sont référencées comme : axiale x , radiale r , et tangentielle (ou circonférentielle) $(r\theta)$.

En général, l'écoulement dans une turbomachine a des composantes de vitesse selon les trois axes, qui varient dans toutes les directions.

La vitesse d'écoulement peut être écrite comme :

$$C = \sqrt{C_x^2 + C_r^2 + C_\theta^2} \quad (1.1)$$

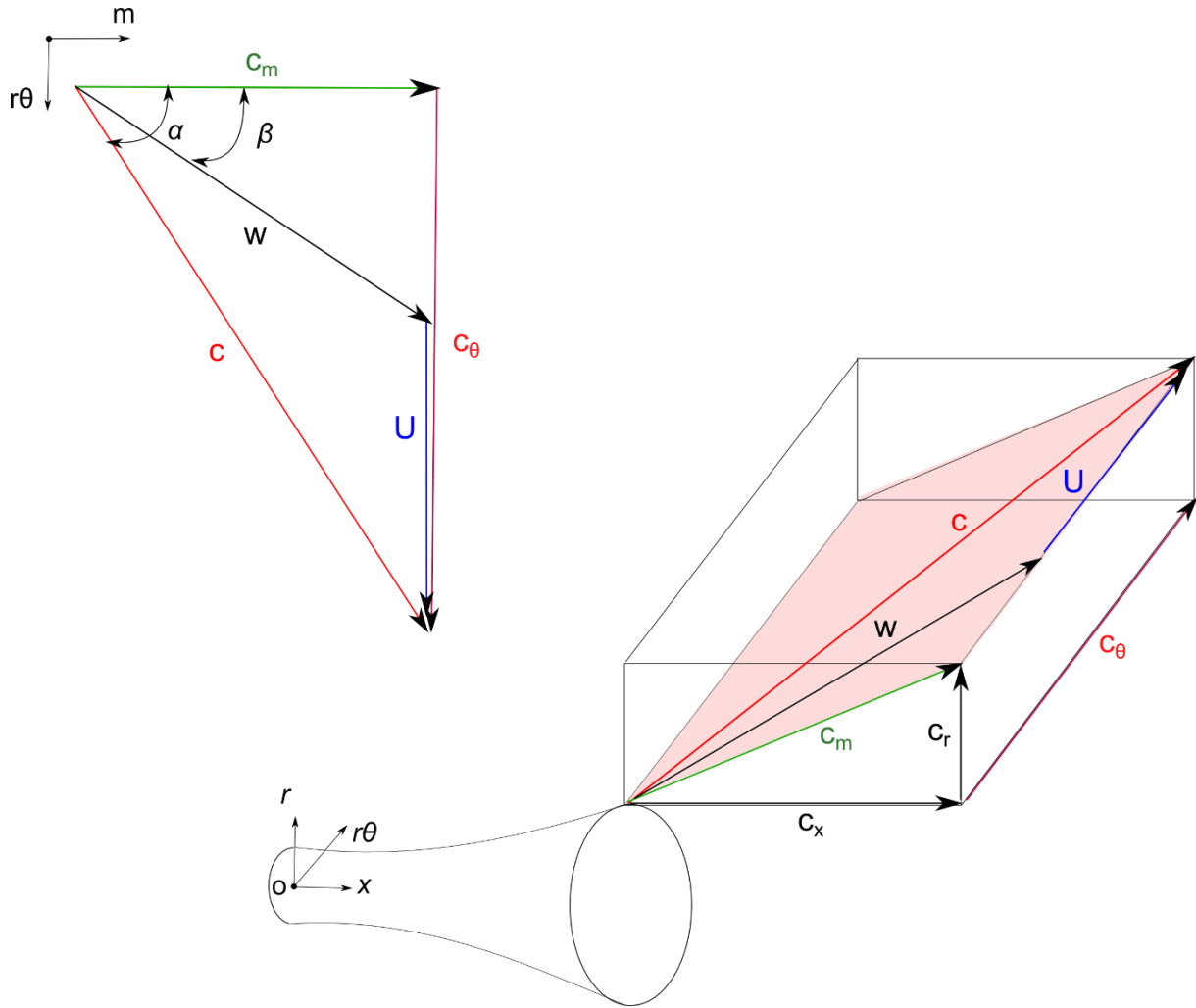


Figure 1-15 : Représentation vectorielle des vitesses en coordonnées cylindriques.

Cependant, pour simplifier l'analyse, on suppose généralement que l'écoulement ne change pas dans la direction tangentielle, par contre il admet toujours une composante de vitesse dans cette direction (c_θ). Dans ce cas, le fluide se déplace à travers la machine d'une façon axisymétrique, comme illustré sur la Fig. 1-14.

On définit alors la composante de la vitesse selon une direction axisymétrique (symétrique autour de l'axe) appelée **la vitesse méridionale** (c_m) comme :

$$c_m = \sqrt{c_x^2 + c_r^2} \quad (1.2)$$

La vitesse d'écoulement (c) est constituée des composants méridionaux et tangentiels et peut être écrite sous la forme,

$$c = \sqrt{c_x^2 + c_r^2 + c_\theta^2} = \sqrt{c_m^2 + c_\theta^2} \quad (1.3)$$

L'angle tourbillonnaire ou tangential (Fig. 1-15) est l'angle formé entre la direction de l'écoulement et la direction méridienne :

$$\alpha = \tan^{-1}(c_\theta / c_m) \quad (1.4)$$

Dans les machines à écoulement purement axial, le rayon de la trajectoire d'écoulement est constant et, par conséquent, en se référant à la Fig. 1.15, la vitesse d'écoulement radial sera nulle ($c_r = 0$), $c_m = c_x$ et (α) revient à être défini entre la direction de l'écoulement et la direction axiale. Similairement, en écoulement purement radiale la composante axiale serait nulle ($c_x = 0$), $c_m = c_r$ et (α) revient à être défini entre la direction de l'écoulement et la direction radiale (Fig. 1-15).

1.5. TRIANGLE DE VITESSES

L'analyse du champ d'écoulement dans les aubes rotatives d'une turbomachine est effectuée dans un cadre de référence fixe par rapport aux aubes. Dans ce cadre de référence, l'écoulement apparaît comme stationnaire, alors que dans le cadre de référence absolu, il serait instationnaire (en mouvement). Cela rend tous les calculs significativement plus simples et, par conséquent, l'utilisation de vitesses relatives et de quantités d'écoulement relatif est fondamentale pour l'étude des turbomachines.

1.5.1. Mouvement absolu et mouvement relatif

Un mouvement est dit absolu s'il est défini par rapport à un repère ou un référentiel absolu. Un repère absolu est un repère qui est au repos absolu dans l'univers. La terre est en mécanique industrielle un bon repère absolu.

Un mouvement est dit relatif s'il est défini par rapport à un repère ou un référentiel relatif. Un repère relatif est un repère qui bouge dans l'univers.

Exemple :

Prenons le cas d'un train qui se déplace à une vitesse constante de 4 km/h par rapport au sol. Ici le sol donc la terre est un repère absolu. Maintenant, un voyageur se déplace à une vitesse constante de 6 km/h par rapport au train et dans le même sens que celui du train. Ici le train est un repère relatif.

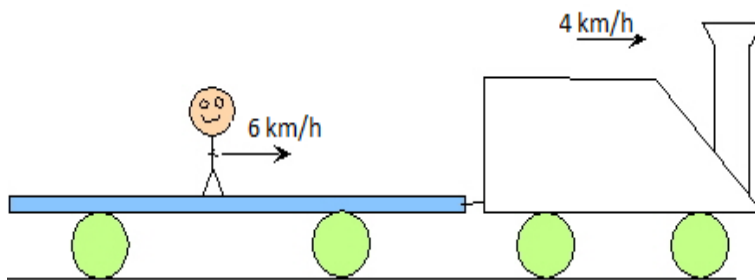


Figure 1-16 : Train en mouvement et notion de vitesses

Le train à une vitesse absolue par rapport à la terre dans le sens « positif » de 4 km/h.

- Le voyageur à une vitesse relative, dans le sens positif, par rapport au train de 6 km/h.
- Le voyageur a donc une vitesse absolue par rapport à la terre de 10 km/h.

Composition des vitesses

Soit le référentiel non galiléen (R') centré en O' en rotation par rapport au référentiel galiléen (R) selon le vecteur vitesse angulaire $\Omega_{(R'/R)}$. Soit M un point mobile dans l'espace. On définit :

- La **vitesse absolue** de M est la vitesse de M dans (R) : $\vec{v}_a = \vec{v}(M)_{/R}$
- La **vitesse relative** de M est la vitesse de M dans (R') : $\vec{v}_r = \vec{v}(M)_{/R'}$
- La **vitesse d'entraînement** est la vitesse qu'aurait M par rapport à (R) s'il était fixe dans (R'). d'une façon plus simple pour notre cas d'étude où la vitesse de rotation $\Omega_{(R'/R)}$ est dans un plan , c'est la vitesse du repère (R') par rapport à (R) : $\vec{v}_e$.

La loi de composition est assez intuitive puisqu'elle s'écrit :

$$\boxed{\vec{v}_a = \vec{v}_r + \vec{v}_e} \quad (1.5)$$

1.5.2. Triangle de vitesses

Par analogie de ce qui a été décrit un peu plus haut, on dira que : Le référentiel non galiléen (R') est lié au moyeu, donc en rotation, avec une vitesse angulaire $\Omega_{(R'/R)}$, par rapport au référentiel galiléen (R) lié à la terre ou au Carter de la turbomachine.

On définit alors :

- La **vitesse absolue** de M est la vitesse de M dans (R) : $\vec{v}_a = \vec{c} = (c_x, c_r, c_\theta)$
- La **vitesse relative** de M est la vitesse de M dans (R') : $\vec{v}_r = \vec{w} = (w_x, w_r, w_\theta)$
- La **vitesse d'entraînement** est la vitesse du repère (R') par rapport à (R) , c'est encore la vitesse local de l'aube: $\vec{v}_e = \vec{U}$.

vitesse relative est simplement la vitesse absolue diminuée de la vitesse locale de l'aube. L'aube ne possédant aucune autre vitesse en dehors de celle dans la direction tangentielle $U = (0, 0, U = \Omega R)$; donc les composantes de la vitesse relatives s'écrivent comme :

$$\begin{cases} w_x = c_x \\ w_r = c_r \\ w_\theta = c_\theta - U \end{cases} \quad (1.6)$$

On définit alors l'angle relatif de l'écoulement comme l'angle entre la direction de l'écoulement relatif et la direction méridienne :

$$\beta = \tan^{-1}(w_\theta / c_m) \quad (1.7)$$

Combinant les équations (1.4), (1.6) et (1.7), une relation peut être déduite qui relie les angles absolue et relative de l'écoulement :

$$\tan(\beta) = \tan(\alpha) - U / c_m \quad (1.8)$$

Une étage typique d'un compresseur à écoulement axial est illustrée schématiquement sur la Figure 1-17 (vue en cascade) où est présenté la disposition de l'aubage du rotor et l'écoulement sur les aubes.

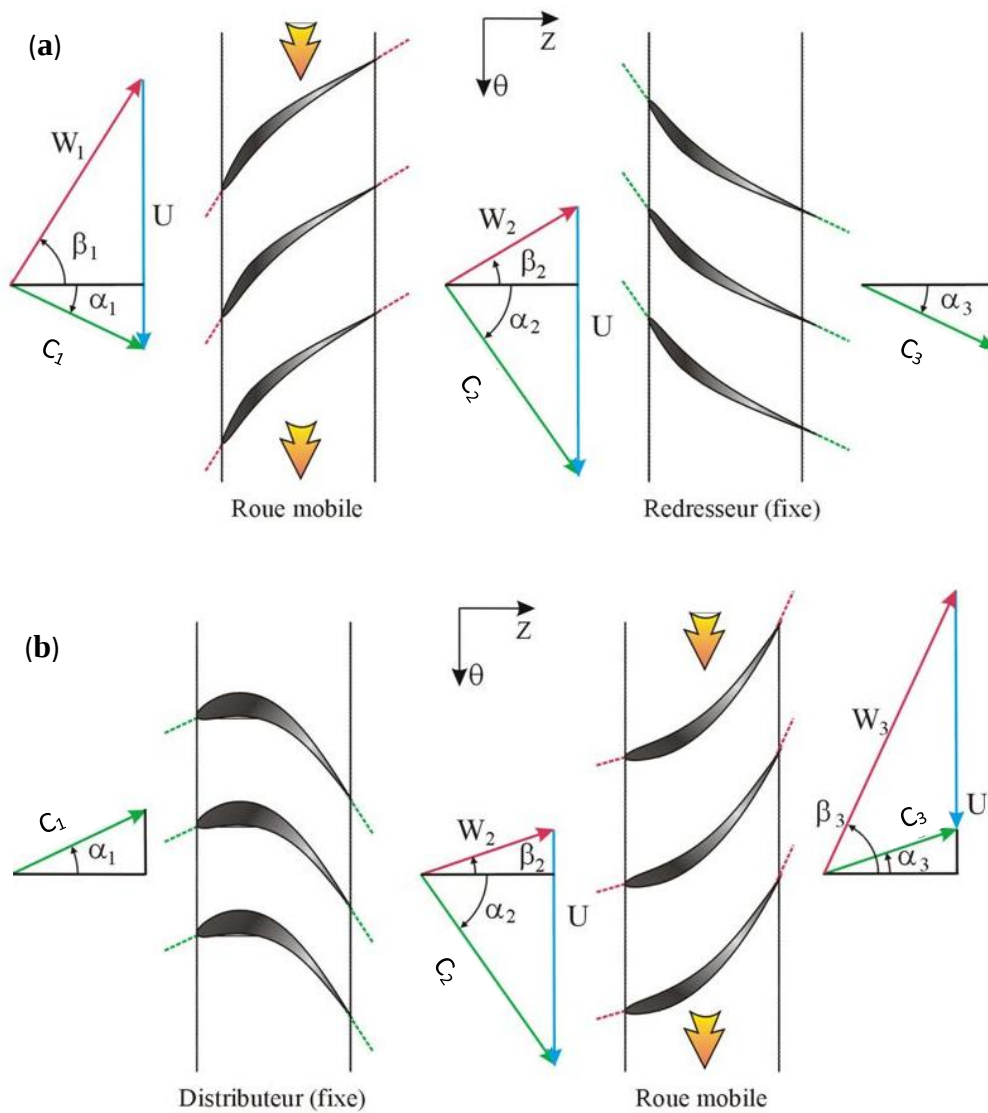


Figure 1-17 : Triangle de vitesse type d'un compresseur (a) et d'une turbine (b) à écoulements axiaux [Référence].

L'écoulement attaque le 1^{er} étage de compression (Fig. 1-17(a)) avec une vitesse absolue C_1 qui forme un angle α_1 avec la direction méridienne (axiale dans ce cas). Le rotor quant à lui possède une vitesse linéaire U tangentielle aux aubes. Dès son entrée dans le rotor, la particule fluide va se trouver entraînée en rotation avec les aubes. Sous l'effet combiné des deux vitesses, les particules fluides à l'entrée du rotor auront une vitesse relative W_1 qui forme un angle relatif d'écoulement β_1 avec la direction méridienne. Les aubes du rotor sont conçues pour facilement accepter cet écoulement relatif et modifient son sens. A la sortie du rotor, l'écoulement le quitte avec une vitesse relative de magnitude W_2 et un angle d'écoulement β_2 , mais aussi, une vitesse absolue C_2 admettant angle α_2 .

Pour ce qui est du stator, le particule fluide va s'engager dans le stator avec les mêmes caractéristiques avec laquelle elle avait quitté le rotor, i. e. C_2 et α_2 . Étant donné que le stator est immobile, la notion de vitesse relative disparaît pour ne laisser place qu'à la vitesse absolue ; il n'existe pas de triangle de vitesse à l'entrée et la sortie du stator. À la sortie du stator on aura une vitesse C_3 admettant un certain angle α_3 .

1.6. LOIS FONDAMENTALES

Les lois physiques fondamentales de la mécanique des fluides et de la thermodynamique sont résumées dans cette section, sous des formes développées et adaptées à l'étude des turbomachines, à savoir,

- (i) l'équation de continuité ;
- (ii) la première loi de la thermodynamique et l'équation d'énergie stationnaire ;
- (iii) l'équation de la quantité de mouvement ;
- (iv) l'équation du moment cinétique (moment de la quantité de mouvement).

Toutes ces lois sont habituellement couvertes par des cours à des niveaux universitaires diverses, seules quelques brèves discussions et analyses seront données ici.

1.6.1 Conservation de la masse

Le premier principe à revoir est sans aucun doute le plus ancien : il s'agit du principe de la conservation de la masse dans un système fermé ou principe de la « continuité » de la masse à travers un système d'écoulement (ouvert). A partir de la thermodynamique technique, nous rappelons la déclaration de conservation de masse pour un volume de contrôle :

$$\frac{\partial M_{cv}}{\partial t} = \sum_{entrants} \dot{m} - \sum_{sortants} \dot{m} \quad [kg/s] \quad (1.9)$$

Où (M_{cv}) est la masse qui est instantanément piégée à l'intérieur du volume de contrôle (CV), tandis que ($\dot{m}$) sont les débits massiques entrant et sortant du volume de contrôle.

Considérant le cas d'une seule entrée et une seule sortie du fluide de la Fig. 1-18. Sans aucune

accumulation de masse dans le volume de contrôle $\left(\frac{\partial M_{cv}}{\partial t} = 0 \right)$. Soit l'écoulement d'un fluide

de **masse volumique ρ** , à travers **l'élément de surface dA** , pendant **l'intervalle de temps dt** .

En se référant à la figure 1.18, si (c) est la vitesse de l'écoulement, la masse élémentaire est $dm = \rho \cdot c \cdot dt \cdot dA \cdot \cos \theta$, où θ est l'angle entre par la normale de l'élément de surface et la direction de l'écoulement. L'élément de surface perpendiculaire à la direction de l'écoulement est donc $dA_n = dA \cdot \cos \theta$ et donc $dm = \rho \cdot c \cdot dt \cdot dA_n$.

La variation élémentaire du débit massique est donc :

$$d\dot{m} = \frac{dm}{dt} = \rho \cdot c \cdot dA_n \quad (1.10a)$$

Sans aucune accumulation de masse, on pourra alors écrire que :

$$\dot{m} = \rho_1 c_1 A_{n1} = \rho_2 c_2 A_{n2} = \rho c A_n \quad (1.10b)$$

C'est la loi de conservation de masse :

« Dans un cas d'écoulement stationnaire, le débit massique entrant au (CV) et le même que celui qui en sorte. »

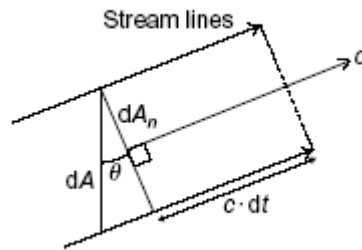


Fig. 1-18 : Principe de continuité

1.6.2 Premier principe de la thermodynamique

Le premier principe de la thermodynamique relie la chaleur échangée par le système au travail et à la variation de l'énergie interne ΔU de ce système. Donc pour une transformation en cycles on pourrait écrire que :

$$\oint (dQ - dW) = 0 \quad (1.11)$$

Où $\oint (dQ)$ représente la quantité d'énergie fournie au système durant le cycle et $\oint (dW)$ le travail dégagé par le système pendant le cycle.

Pendant un processus de transformation d'un état 1 à un état 2, l'énergie totale du système est modifiée de telle sorte qu'on peut écrire :

$$E_2 - E_1 = \int_1^2 (dQ - dW) \quad [J] \quad (1.12a)$$

Où $E = U + \frac{1}{2} mc^2 + mgz$ est l'énergie totale du fluide

Pour un changement d'état infinitésimale, on peut écrire :

$$dE = (dQ - dW) \quad (1.12b)$$

1.6.3 Équation d'énergie en écoulement stationnaire

La Fig. 1-19 montre un volume de contrôle représentant une turbomachine, à travers lequel le fluide passe à un débit constant $\dot{m}$, entrant à la position 1 et sortant en position 2. L'énergie est transférée du fluide aux aubes de la turbomachine, le taux de travail positif sortant (via l'arbre) est $\dot{W}_x$. Le volume de contrôle reçoit de l'environnement externe une énergie positive $\dot{Q}$.

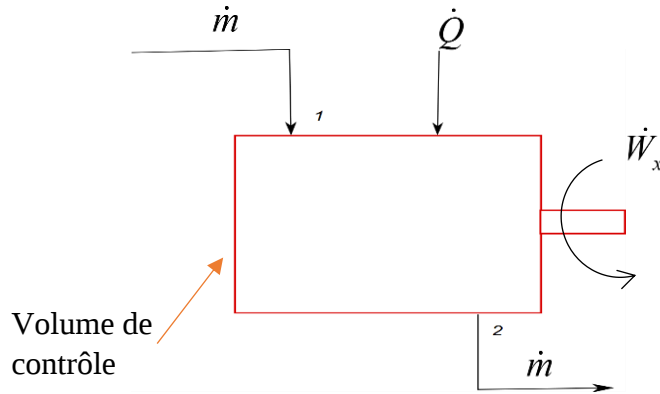


Figure 1-19 : 1^{er} principe de la thermodynamique et turbomachines

Ainsi, avec cette convention de signe, l'équation d'énergie pour un écoulement stationnaire est :

$$\dot{Q} - \dot{W}_x = \dot{m} \left[(h_2 - h_1) + \frac{1}{2} (c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) \right] \quad [W] \quad (1.13)$$

Où (h) est l'enthalpie spécifique, $\left(\frac{1}{2}c^2\right)$ est l'énergie cinétique et (gz) est l'énergie potentielle.

En utilisant la notion de l'enthalpie de stagnation (ou encore enthalpie totale),

$$h_0 = h + \frac{1}{2}c^2 \quad [J/kg] \quad (1.14)$$

Et en négligeant la variation de l'énergie potentielle, l'équation (1.13) se résume à :

$$\dot{Q} - \dot{W}_x = \dot{m}(h_{02} - h_{01}) \quad (1.15)$$

L'enthalpie de stagnation est ainsi constante dans un processus d'écoulement qui n'inclus ni aucun échange de de travail et transfert de chaleur. La plus part des processus d'écoulement de fluide dans les turbomachines sont adiabatiques (ou très proche de l'être) ce qui nous permet d'écrire $\dot{Q} = 0$.

Le produit de la variation de l'enthalpie de stagnation et du débit massique du fluide à travers la machine, représente l'énergie absorbée par/ou extraite des aubes en rotation.

- Pour une machine qui produit du travail (turbine) $\dot{W}_x > 0$, ainsi on aura :

$$\dot{W}_x = \dot{W}_t = \dot{m}(h_{01} - h_{02}) \quad (1.16)$$

- Pour une machine qui en absorbe (compresseur) $\dot{W}_x < 0$, ainsi il est plus pratique d'écrire :

$$\dot{W}_c = -\dot{W}_x = \dot{m}(h_{02} - h_{01}) \quad (1.17)$$

1.6.4 Équation de la quantité de mouvement

Considérant un système de masse (m) , la somme de toutes les forces volumiques et de surface agissants sur la masse (m) dans une direction arbitraire (x) est égale à variation dans le temps de la quantité de mouvement totale dans la direction (x) du système, i.e.,

$$\sum F_x = \frac{d}{dt}(m \cdot c_x) \quad [N] \quad (1.18a)$$

Pour un volume de contrôle où le fluide entre progressivement à une vitesse uniforme (c_{x1}) et en sort avec une vitesse uniforme (c_{x2}) , on aura que,

$$\sum F_x = \dot{m} \cdot (c_{x2} - c_{x1}) \quad [N] \quad (1.18b)$$

Cette équation est la forme unidimensionnelle de l'équation de quantité de mouvement d'un écoulement stationnaire

1.6.5 Moment cinétique ou moment angulaire (Moment de la quantité de mouvement)

La Fig. 1-20 illustre l'idée générale d'un volume de contrôle renfermant le rotor d'une turbomachine. Pour un système de masse (m) et par rapport à un axe arbitraire A-A fixé dans l'espace, la somme vectorielle des moments de toutes les forces externes agissant sur le système (τ_A) est égale au taux de changement dans temps de moment angulaire du système autour de cet axe, i. e.,

$$\tau_A = m \cdot \frac{d}{dt}(rc_\theta) [N \cdot m] \quad [N \cdot m] \quad (1.19a)$$

Où (r) est la distance du centre de masse à l'axe de rotation.

La Fig. 1-20 schématise le volume de contrôle (VC) contenant le rotor d'une turbomachine généralisée. Le fluide tourbillonnaire entre dans le volume de contrôle à un rayon (r_1) avec une vitesse tangentielle $(c_{\theta 1})$ et en sort à un rayon (r_2) avec une vitesse tangentielle $(c_{\theta 2})$.

Donc, pour un écoulement unidimensionnel, on aura que :

$$\tau_A = \dot{m}(r_2 c_{\theta 2} - r_1 c_{\theta 1}) \quad [N \cdot m] \quad (1.19b)$$

Ce qui signifie que la somme des moments des forces externes agissant sur un fluide occupant temporairement le volume de contrôle est égale à la variation temporelle net du flux de quantité de mouvement angulaire du volume de contrôle.

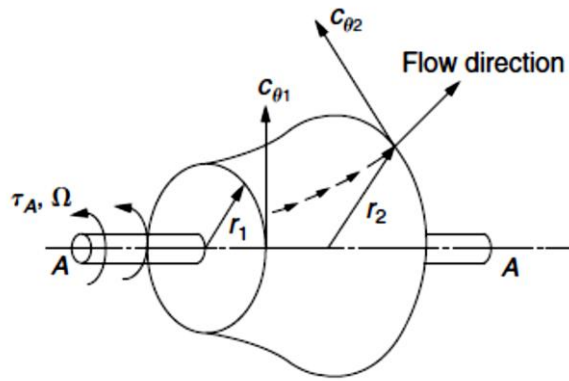


Figure1-20 : VC d'une turbomachine

1.6.6 Équation de travail d'Euler

A partir de l'équation (1.19a), pour un rotor de pompe ou un compresseur fonctionnant à la vitesse angulaire Ω , le taux avec lequel le rotor agit sur le fluide est,

$$\tau_A \Omega = \dot{m} \left(\underset{U_2}{r_2 \Omega c_{\theta 2}} - \underset{U_1}{r_1 \Omega c_{\theta 1}} \right) \quad [W] \quad (1.20a)$$

Dans les turbomachines, le transfert d'énergie s'effectue en modifiant le moment cinétique du fluide, ce qui explique que les formes des pales et des éléments rotatifs diffèrent d'un type à l'autre.

La vitesse linéaire de l'aube est $r\Omega = U$

Ainsi, le travail réalisé sur le liquide par unité de masse (travail spécifique) est,

$$\Delta W_c = \frac{\dot{W}_c}{\dot{m}} = \frac{\tau_A \Omega}{\dot{m}} = (U_2 c_{\theta 2} - U_1 c_{\theta 1}) > 0 \quad [W/kg] \quad (1.20b)$$

Cette équation est appelée **équation d'Euler pour les pompes et compresseur**.

Pour une turbine, le fluide agit sur le rotor et le signe de travail est alors inversé. Ainsi, le travail spécifique est,

$$\Delta W_t = \frac{\dot{W}_t}{\dot{m}} = (U_1 c_{\theta 1} - U_2 c_{\theta 2}) > 0 \quad (1.20c)$$

L'équation (1.20 c) est appelée **équation d'Euler pour les turbine**.

Notez que, pour n'importe quel turbomachine adiabatique (turbine ou compresseur), en appliquant l'équation d'énergie en écoulement stationnaire, l'équation (1.15), donne,

$$\Delta W_x = (h_{01} - h_{02}) = (U_1 c_{\theta 1} - U_2 c_{\theta 2}) \quad (1.21a)$$

Réciproquement, cette équation peut se mettre sous la forme :

$$\Delta h_0 = \Delta(U c_\theta) \quad (1.21b)$$

Les équations (1.20a) et (1.20b) sont les formes générales de l'équation de travail d'Euler.

En examinant les hypothèses utilisées pour son calcul, cette équation peut être vu pour être valide pour un écoulement adiabatique pour n'importe quelle ligne de courant qui traverse une rangée d'aubes d'une turbomachine. Elle s'applique aux écoulements visqueux et non visqueux, puisque le couple exercé par le fluide sur les aubes peut être dû aux forces de pression ou aux forces de frottement. Elle est strictement valable que pour un écoulement établi (permanent/stationnaire), mais elle peut également être appliquée à un écoulement non permanent moyennée dans le temps dès lors que la moyenne est sur une assez longue période. Dans tous les cas, tout le couple cinétique du fluide doit être transféré vers (ou à partir de) l'aube. Les frottements sur le moyeu et le tubage d'une turbomachine peut causer des changements locaux angulaire qui ne sont pas comptabilisés dans l'équation de travail d'Euler.

Notez que, pour toute aube fixe $U = 0$, et par conséquent, h_0 est constante. Ce qui est à priori logique, car une aube fixe ne peut pas transférer de travail vers ou à partir du fluide.

1.6.7 Equation de Bernoulli

Considérant que l'écoulement est incompressible, $\rho = \text{const.}$, l'équation de **Bernoulli** le long d'une ligne de courant, pour des écoulements unidimensionnels de fluides parfaits non-visqueux, incompressibles et à l'état stationnaire, s'écrit :

$$\frac{c_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} + g \cdot z_2 = \frac{c_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} + g \cdot z_1 = \text{Const.} \quad (1.22)$$

Les unités pour cette première forme de l'équation de Bernoulli est le joule par unité de masse $[J \cdot kg^{-1}]$:

Alternativement, une autre forme de l'équation de Bernoulli, avec pour unité le Joule par unité de volume $[J \cdot m^{-3}] \equiv [Pa]$, est fréquemment utilisée :

$$\rho \frac{c_2^2}{2} + p_2 + \rho \cdot g \cdot z_2 = \rho \cdot \frac{c_1^2}{2} + p_1 + \rho \cdot g \cdot z_1 = Const. \quad (1.23)$$

Ou encore, en adoptant pour unité le $[m]$, on peut écrire que :

$$\frac{c_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} + z_2 = \frac{c_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} + z_1 = Const. \quad (1.24)$$

D'une façon générale, il est énoncé qu'à n'importe quelle position considérée le long d'une ligne de courant, l'équation de Bernoulli, avec les conditions sur-citées précédemment, se ramène à :

$$\boxed{\rho \frac{c^2}{2} + p + \rho \cdot g \cdot z = Const.}, \quad \boxed{\frac{c^2}{2} + \frac{p}{\rho} + g \cdot z = Const.} \quad \text{et} \quad \boxed{\frac{c^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} + z = Const.} \quad (1.25)$$

Ici, la constante englobe les trois termes connus à un état initial. Il a la même valeur pour tous les points le long de la coordonnée s d'un filet de courant ou d'une ligne de courant, mais peut varier d'une ligne de courant à l'autre. L'équation de Bernoulli est une équation algébrique et concrétise la relation entre vitesse moyenne et pression. La vitesse (c) est la vitesse du fluide parfait sur une section transversale.

- Le terme p est la pression statique souvent désignée par (p_{stat}) . La pression statique est la pression mesurée lorsque le fluide est se trouve à l'état statique (sans écoulement). Une définition plus générale stipule que la pression statique est la pression ressentie lorsque l'on se déplace avec la même vitesse que la vitesse d'écoulement c du fluide. Par conséquent, la pression statique est celle qui est responsable de la force de pression qui agit sur un corps dans un écoulement, ou encore sur les parois interne d'un contenant (récipient).
- Le terme $\frac{1}{2} \rho c^2$ est appelé pression dynamique. Ce terme peut être considéré comme une mesure de l'énergie cinétique par unité de volume d'un volume du fluide élémentaire se déplaçant à la vitesse c .
- $\left(p + \rho \frac{c^2}{2} \right)$ est appelé pression totale ou pression de stagnation ou encore pression d'arrêt (point où la vitesse est nulle).

1) Equation de Bernoulli et sens physique

L'équation de Bernoulli est une loi de conservation de l'énergie mécanique d'un fluide: elle signifie que l'énergie cinétique par unité de masse $\left(\frac{c^2}{2}\right)$, l'énergie potentielle par unité de masse $(g \cdot z)$ et l'énergie d'écoulement par unité de masse $\left(\frac{p}{\rho}\right)$ sont interchangeables, sans pertes.

L'exemple le plus explicatif pour caractériser cette interchangeabilité entre les différents termes est celui le cas d'un écoulement dans un convergent, Fig. 1-21.

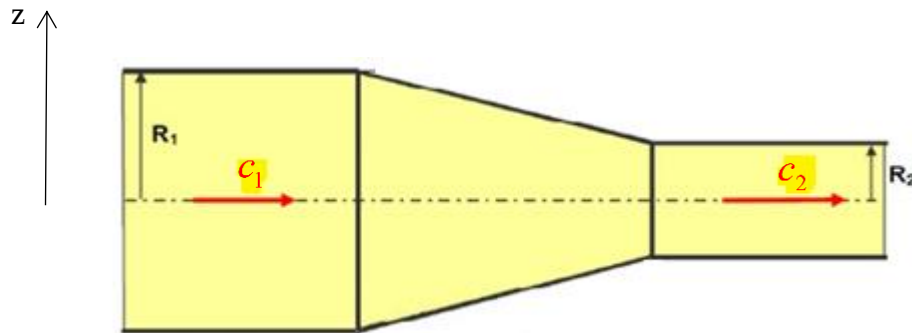


Fig. 1-21 : Convergent

Soit alors l'équation de Bernoulli entre deux points 1 et 2 d'une ligne de courant horizontale ($z_1 = z_2$):

$$\frac{c_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} + \cancel{g \cdot z_2} = \frac{c_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} + \cancel{g \cdot z_1} \quad (1.26)$$

La conservation de la masse stipule que : $c_2 S_2 = c_1 S_1$, et connaissant que $S = \pi R^2$ donc

$$c_2 = c_1 \frac{S_1}{S_2} = c_1 \frac{R_1}{R_2}, \text{ donc nécessairement } c_2 > c_1.$$

Donc l'équation (1.26) revient à :

$$\frac{c_2^2 - c_1^2}{2} = \frac{p_1 - p_2}{\rho} \quad (2.14)$$

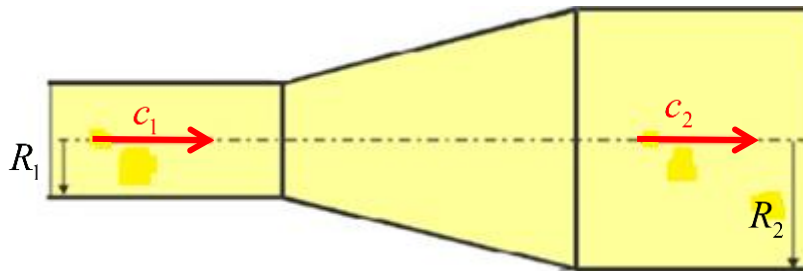
Etant donné que $c_2 > c_1$ donc nécessairement, d'après l'équation (2.14), $p_1 > p_2$, ce qui caractérise l'interchangeabilité entre les différents termes de l'équation de Bernoulli : quand un terme augmente un autre terme doit nécessairement diminuer pour amortir la première augmentation et sauvegarder la notion de "Const" le long d'une ligne de courant.

On pourra facilement écrire qu'à n'importe quelle position le log d'une ligne de courant d'un

fluide parfait où on peut négliger l'effet de l'énergie potentielle que: $\frac{c^2}{2} \nearrow + \frac{p}{\rho} \searrow = \text{Const}$

lorsque l'énergie cinétique augmente l'énergie potentielle diminue et vice-versa, ou encore quand la vitesse augmente la pression statique doit diminuer.

Exemple :



Considérons le cas du divergent ci-dessus. Assumons que $R_1 = 10\text{mm}$ et $R_2 = 20\text{mm}$ démontrer le principe de l'interchangeabilité dans l'équation de Bernoulli. On prendra que $\rho = 998 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.